

**ARITHMETISCHE GEOMETRIE OBERSEMINAR**  
**ARGOS**  
**SOMMERSEMESTER 2012**

PROGRAMMVORSCHLAG: MICHAEL RAPOPORT UND PETER SCHOLZE

Ziel des Seminars ist es, einiges über die Geometrie von K3-Flächen in positiver Charakteristik zu lernen. Dabei wollen wir uns weniger ein einziges herausragendes Resultat erarbeiten, als uns einen Einblick in eine uns weitgehend unbekanntere Welt verschaffen. Hier setzen wir auch unsere Hoffnung auf die Mitwirkung von Geometern, auch solchen, die eher über  $\mathbb{C}$  arbeiten. Es gibt einen z.T. veralteten Überblicksartikel von Rudakov und Shafarevich [14]

1. Grundtatsachen über K3-Flächen ([6, 2]) (bereits an Ch. Liedtke vergeben).

2. Die Kuga-Satake-Konstruktion ([6, 4]).

3. Deligne's Beweis der Weilvermutungen für K3-Flächen ([4]).

Hier geht es vor allem um das Bild der Monodromiegruppe; die Kuga-Satake-Konstruktion wird verwendet.

4. Die formale Brauergruppe, ihre Beziehung zur kristallinen Kohomologie ([3]).

5. Die Tatevermutung für K3-Flächen endlicher Höhe, für  $p \geq 13$  ([10], §§1, 2).

In der Arbeit wird dieses Ergebnis mit einiger Mühe auf den Fall  $p \geq 5$  verallgemeinert—das wollen wir weglassen.

6. Konstanz des Rangs der NS-Gruppe in supersingulären Familien; die Tatevermutung für supersinguläre K3's mit elliptischer Faserung ([2, 8]).

7. Supersinguläre K3's ([11, 12]).

Hier soll die kristalline Periodenabbildung diskutiert werden.

8. Die Höhenstrata im Modulraum ([13, 9, 5]).

Hier geht es um die Singularitäten des Ortes im Modulraum, wo die Höhe konstant ist.

REFERENCES

- [1] André, Y., *On the Shafarevich and Tate conjectures for hyper-Kähler varieties*. Math. Ann. 305 (1996), no. 2, 205–248.
- [2] Artin, M., *Supersingular K3 surfaces*. Ann. Sci. Ecole Norm. Sup. (4) 7 (1974), 543–567.
- [3] Artin, M.; Mazur, B., *Formal groups arising from algebraic varieties*. Ann. Sci. Ecole Norm. Sup. (4) 10 (1977), no. 1, 87–131.
- [4] Deligne, P., *La conjecture de Weil pour les surfaces K3*. Invent. Math. 15 (1972), 206–226.
- [5] Ekedahl, T., van de Geer, G., *Cycle classes on the Moduli of K3 surfaces in positive characteristic*, <http://arxiv.org/abs/1104.3024>
- [6] Huybrechts, D., *Lectures on K3-surfaces*, <http://www.math.uni-bonn.de/people/huybrech/K3.html>
- [7] Illusie, L., *Complexe de de Rham-Witt et cohomologie cristalline*. Ann. Sci. Ecole Norm. Sup. (4) 12 (1979), no. 4, 501–661.
- [8] de Jong, A., *On a result of Artin*, preprint, <http://www.math.columbia.edu/~dejong/>
- [9] Moonen, B.; Wedhorn, T., *Discrete invariants of varieties in positive characteristic*. Int. Math. Res. Not. 2004, no. 72, 3855–3903
- [10] Nygaard, N.; Ogus, A., *Tate's conjecture for K3 surfaces of finite height*. Ann. of Math. (2) 122 (1985), no. 3, 461–507.
- [11] Ogus, A., *Supersingular K3 crystals*. Journées de Géométrie Algébrique de Rennes (Rennes, 1978), Vol. II, pp. 3–86, Astérisque, 64, Soc. Math. France, Paris, 1979.
- [12] Ogus, A., *A crystalline Torelli theorem for supersingular K3 surfaces*. Arithmetic and geometry, Vol. II, 361–394, Progr. Math., 36, Birkhäuser Boston, Boston, MA, 1983.
- [13] Ogus, A., *Singularities of the height strata in the moduli of K3 surfaces*. Moduli of abelian varieties (Texel Island, 1999), 325–343, Progr. Math., 195, Birkhäuser, Basel, 2001.

- [14] Rudakov, A. N.; Shafarevich, I. R., *Surfaces of type  $K3$  over fields of finite characteristic*. (Russian) Current problems in mathematics, Vol. 18, pp. 115–207, Akad. Nauk SSSR, Vsesoyuz. Inst. Nauchn. i Tekhn. Informatsii, Moscow, 1981.